

# Übung 7

## – Musterlösung –

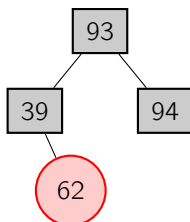
### Hinweise:

- Die Lösungen müssen bis **Donnerstag, den 14. Juni um 16:00 Uhr** in den entsprechenden Übungskasten eingeworfen werden. Sie finden die Kästen am Eingang Halifaxstr. des Informatikzentrums (Ahornstr. 55).
- Die Übungsblätter **müssen** in Gruppen von je 3 Studierenden aus der gleichen Kleingruppenübung abgegeben werden.
- Drucken Sie ggf. digital angefertigte Lösungen aus. Abgaben z.B. per Email sind nicht zulässig.
- Namen und Matrikelnummer sowie die **Nummer der Übungsgruppe** sind auf jedes Blatt der Abgabe zu schreiben. Abgaben, die aus mehreren Blättern bestehen **müssen geheftet bzw. getackert** werden! Die **Gruppennummer muss sich auf der ersten Seite oben links** befinden.
- **Bei Nichtbeachten der obigen Hinweise müssen Sie mit erheblichen Punktabzügen rechnen!**

### Aufgabe 1 (Rot-Schwarz Bäume 1):

(1+6+10=17 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden *Rot-Schwarz-Baum*:



Führen Sie beginnend mit diesem Rot-Schwarz-Baum die folgenden Operationen nacheinander aus und geben Sie die entstehenden Bäume nach

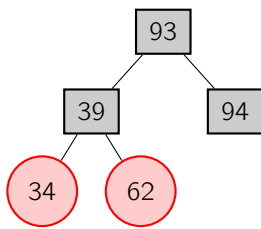
- jeder *Einfügeoperation*,
- jeder *Löschoption*,
- jeder *Rotation* sowie
- jeder *Umfärbung* an.

Markieren Sie außerdem zu jeder Rotation, welcher Knoten in welche Richtung rotiert wird. Mehrere Umfärbungen können Sie in einem Schritt zusammenfassen. Beachten Sie, dass rote Knoten rund und schwarze Knoten eckig dargestellt werden.

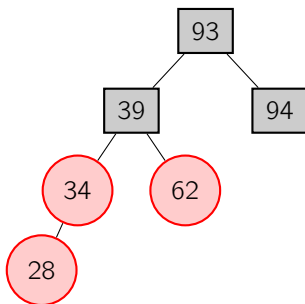
1. 34 einfügen
2. 28 einfügen
3. 62 löschen

**Lösung:**

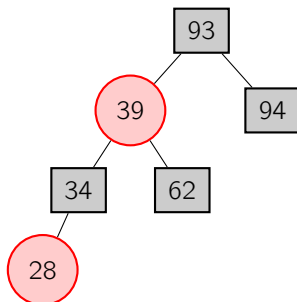
füge 34 ein



füge 28 ein

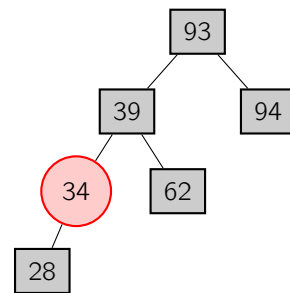


Fall 1 (Onkel 62 ist rot): umfärben

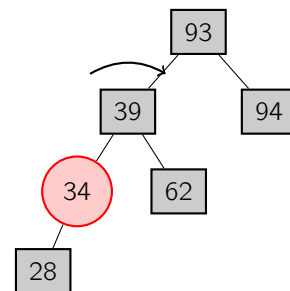


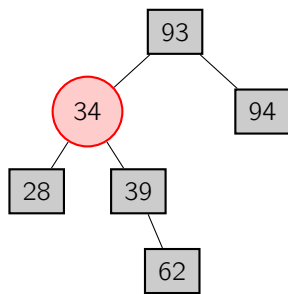
Lösche 62:

Fall 4 (Bruder 34 ist schwarz und der äußere Neffe 28 ist rot): umfärben

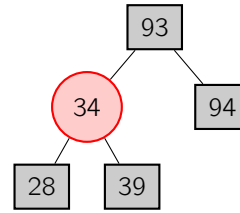


Fall 4 (Fortsetzung): rotiere 39 nach rechts





ersetze 62 durch rechtes Kind



## Aufgabe 2 (Rot-Schwarz Bäume 2):

(1+1+6+6+1+6+6 = 27 Punkte)

Führen Sie die folgenden Operationen beginnend mit einem anfangs leeren *Rot-Schwarz-Baum* aus und geben Sie die entstehenden Bäume nach

- jeder *Einfügeoperation*,
- jeder *Löschoption*,
- jeder *Rotation* sowie
- jeder *Umfärbung* an.

Markieren Sie außerdem zu jeder *Rotation*, welcher Knoten in welche Richtung rotiert wird. Mehrere *Umfärbungen* können Sie in einem Schritt zusammenfassen. Stellen Sie, rote Knoten rund und schwarze Knoten eckig dar.

1. 40 einfügen
2. 48 einfügen
3. 68 einfügen
4. 55 einfügen
5. 39 einfügen
6. 40 löschen
7. 48 löschen

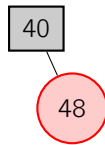
**Lösung:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

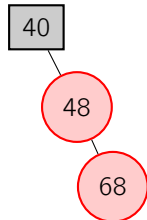
füge 40 ein



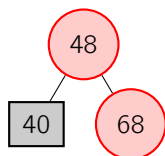
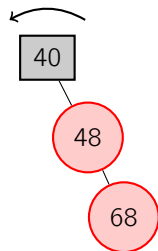
füge 48 ein



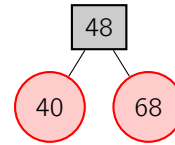
füge 68 ein



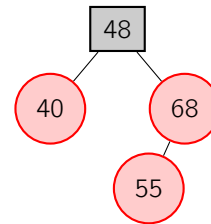
Fall 3 (Onkel ist null und damit schwarz und aktueller Knoten liegt außen): rotiere 40 nach links



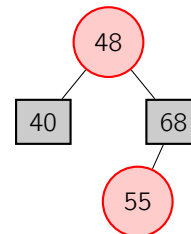
Fall 3 (Fortsetzung): umfärben



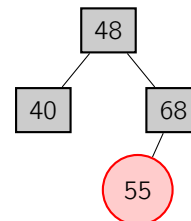
füge 55 ein



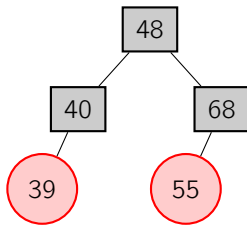
Fall 1 (Onkel 40 ist rot): umfärben



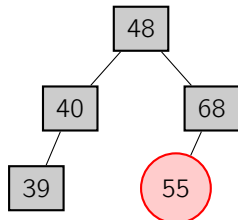
Wurzel schwarz färben



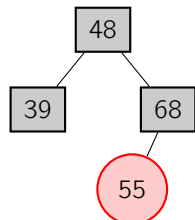
füge 39 ein



Lösche 40:  
 Knoten schwarz färben



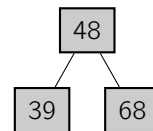
ersetze 40 durch linkes Kind



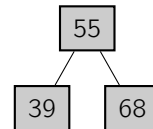
Lösche 48:

Wir löschen den Knoten mit dem nächst größeren Wert 55 und fügen diesen Wert dann in den zu löschenden Knoten ein.

Lösche 55:  
 ersetze 55 durch rechtes Kind



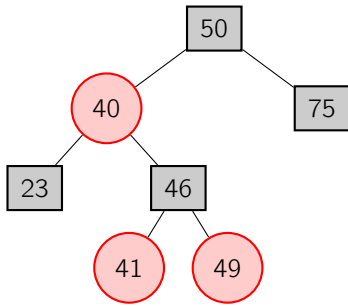
füge 55 in den zu löschenden Knoten ein



**Aufgabe 3 (Rot-Schwarz Bäume 3):**

**(10 Punkte)**

Fügen Sie den Schlüssel 42 in den folgenden Rot-Schwarz-Baum ein.



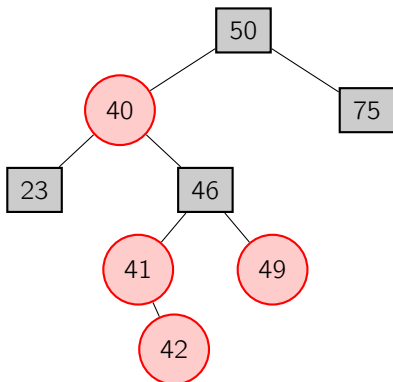
Geben Sie die entstehenden Bäume nach

- jeder *Einfügeoperation*,
- jeder *Rotation* sowie
- jeder *Umfärbung* an.

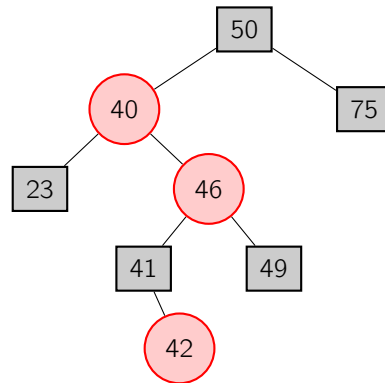
Markieren Sie außerdem zu jeder Rotation, welcher Knoten in welche Richtung rotiert wird. Mehrere Umfärbungen können Sie in einem Schritt zusammenfassen. Beachten Sie, dass rote Knoten rund und schwarze Knoten eckig dargestellt werden.

**Lösung:** \_\_\_\_\_

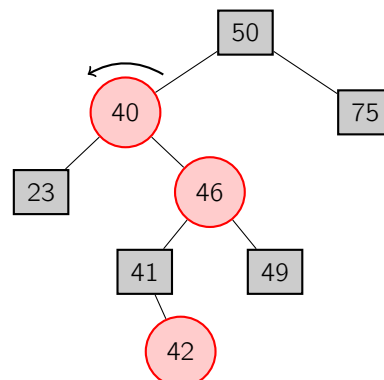
füge 42 ein

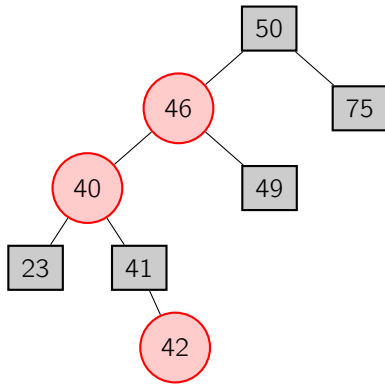


Fall 1 (Onkel 49 ist rot): umfärben

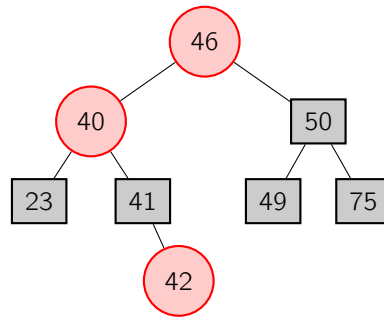
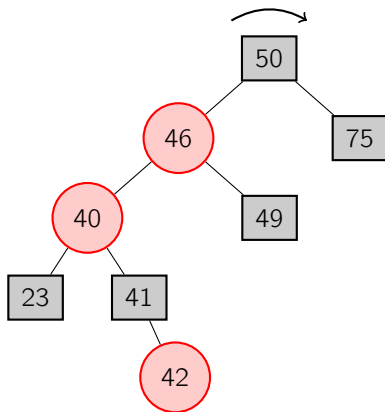


Fall 2 (Onkel 75 ist schwarz und aktueller Knoten liegt innen): rotiere 40 nach links

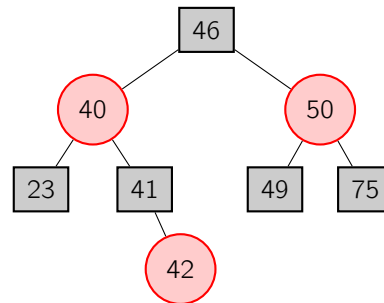




Fall 3 (Onkel 75 ist schwarz und aktueller Knoten liegt außen): rotiere 50 nach rechts



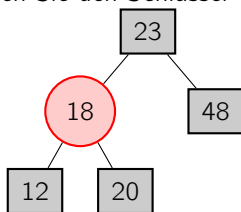
Fall 3 (Fortsetzung):  
umfärben



**Aufgabe 4 (Rot-Schwarz Bäume 4):**

**(10 Punkte)**

Löschen Sie den Schlüssel 48 im folgenden Rot-Schwarz-Baum.



Geben Sie die entstehenden Bäume nach

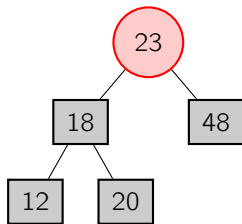
- jeder *Löschooperation*,
- jeder *Rotation* sowie
- jeder *Umfärbung* an.

Markieren Sie außerdem zu jeder Rotation, welcher Knoten in welche Richtung rotiert wird. Mehrere Umfärbungen können Sie in einem Schritt zusammenfassen. Beachten Sie, dass rote Knoten rund und schwarze Knoten eckig dargestellt werden.

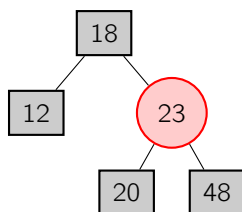
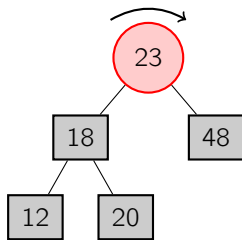
**Lösung:**

Lösche 48:

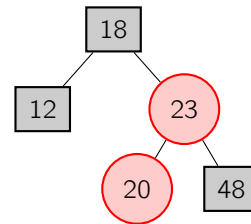
Fall 1 (Bruder 18 ist rot): umfärben



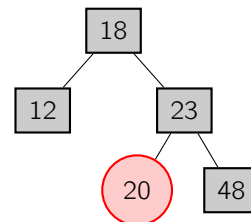
Fall 1 (Fortsetzung): rotiere 23 nach rechts



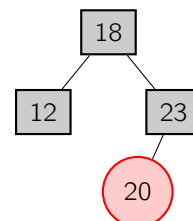
Fall 2 (Bruder 20 ist schwarz und beide Neffen ebenfalls): umfärben



Knoten schwarz färben



ersetze 48 durch rechtes Kind





**Aufgabe 5 (Hashing – Divisionsmethode):**

**(18 Punkte)**

Fügen Sie die Werte

30, 92, 38, 92, 80, 71, 16, 53, 38, 62, 15, 28, 86, 11.

in das unten stehende Array der Länge  $m = 11$  unter Verwendung der *Divisionsmethode* mit Verkettung ein:

0:

1:

2:

3:

4:

5:

6:

7:

8:

9:

10:

**Lösung:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ .m = 11:

0: 11

1:

2:

3: 80

4: 92, 92, 15

5: 38, 71, 16, 38

6: 28

7: 62

8: 30

9: 53, 86

10:

---

**Aufgabe 6 (Hashing – Multiplikationsmethode):**

**(18 Punkte)**

Fügen Sie die Werte

60, 41, 38, 20, 63, 75, 19, 52, 39, 58, 12, 89, 78, 52.

in das unten stehende Array der Länge  $m = 13$  unter Verwendung der *Multiplikationsmethode* ( $c = 0.9$ ) mit Verkettung ein:

0:

1:

2:

3:

4:

5:

6:

7:

8:

9:

10:

11:

12:

**Lösung:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$m = 13, c = 0.9:$

0: 60, 20

1: 19, 39, 89

2: 38, 58, 78

3:

4:

5:

6: 75

7:

8:

9: 63

10: 52, 12, 52

11: 41

12:

---