DSAL - 5. Globalübung

David Korzeniewski, Tim Quatmann

29. Mai 2018

Agenda

1. Mastertheorem

2. Binäre Suchbäume

Mastertheorem

Das Mastertheorem

$$\boxed{T(n) = b \cdot T\left(\frac{n}{c}\right) + f(n)} \text{ mit } b \geqslant 1 \text{ und } c > 1.$$

- Anzahl der Blätter im Rekursionsbaum: n^E mit $E = \log b / \log c$.

Mastertheorem

	Wenn	Dann
1.	$f(n) \in O(n^{E-\varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$	$T(n) \in \Theta(n^E)$
2.	$f(n) \in \Theta(n^E)$	$T(n) \in \Theta(n^E \cdot \log n)$
3.	$f(n) \in \Omega(n^{E+\varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$ und $b \cdot f(n/c) \leqslant d \cdot f(n)$ für ein $d < 1$ und n hinreichend groß	$T(n) \in \Theta(f(n))$

- Bemerke, dass das Mastertheorem nicht alle Fälle abdeckt.

Mastertheorem

$$T(n) = \underset{\overset{\shortparallel}{b}}{16} \cdot T\left(\frac{n}{\underset{\overset{\shortparallel}{c}}{4}}\right) + \underbrace{72\, n^{\sqrt{2}}}_{f(n)}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\log(16)}{\log(4)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$n^{\mathcal{E}} = n^2$$

$$n^{\sqrt{2}} \approx n^{1,4}$$

$$f(n) = 72\, n^{\sqrt{2}} \leq 72 \cdot n^{2-(2-\sqrt{2})} = c' \cdot n^{\mathcal{E}-\varepsilon}$$

$n_0 = 1 \qquad c' = 72 \qquad \varepsilon = 2 - \sqrt{2} \approx 0,6$

$$\Rightarrow f(n) \in O(n^{\mathcal{E}-\varepsilon})$$

$\Rightarrow$ 1. Fall Mastertheorem

$$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^2)$$

$$T(n) = \underset{b}{\underset{\parallel}{27}} \cdot T\left(\frac{n}{\underset{c}{\underset{\parallel}{9}}}\right) + \underbrace{n^2 + n^{\sqrt{2}}}_{f(n)}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\log(27)}{\log(9)} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$n^{\mathcal{E}} = n^{1{,}5}$$

$$\varepsilon = 0{,}5, \quad n_0 = 1, \quad c' = 1$$

$$\forall n \geq n_0: \quad f(n) = n^2 + n^{\sqrt{2}} \geq n^2 = 1 \cdot n^{1{,}5 + 0{,}5} = c' \cdot n^{\mathcal{E} + \varepsilon}$$

$$\Rightarrow f(n) \in \Omega\left(n^{\mathcal{E} + \varepsilon}\right)$$

$$\exists\, 0 \leq d < 1, \exists\, n_0\ \forall n \geq n_0: \quad b \cdot f\left(\frac{n}{c}\right) \leq d \cdot f(n)$$

$$b\, f\left(\frac{n}{c}\right) = \frac{27\, n^2}{9^2} + \frac{27\, n^{\sqrt{2}}}{9^{\sqrt{2}}} \leq d \cdot n^2 + d \cdot n^{\sqrt{2}} = d \cdot \left(n^2 + n^{\sqrt{2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3\left(1 + n^{\sqrt{2}-2}\right)} + \frac{27}{9^{\sqrt{2}}\left(n^{2-\sqrt{2}} + 1\right)} \leq d \qquad n = 1 \rightarrow \approx 0{,}77$$

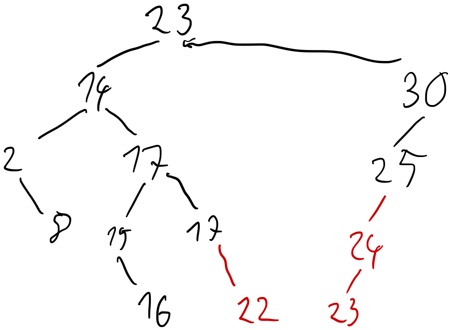
$$\Rightarrow d = 0{,}8$$

$$\Rightarrow T(n) \in \Theta\left(n^2 + n^{\sqrt{2}}\right) = \Theta(n^2)$$

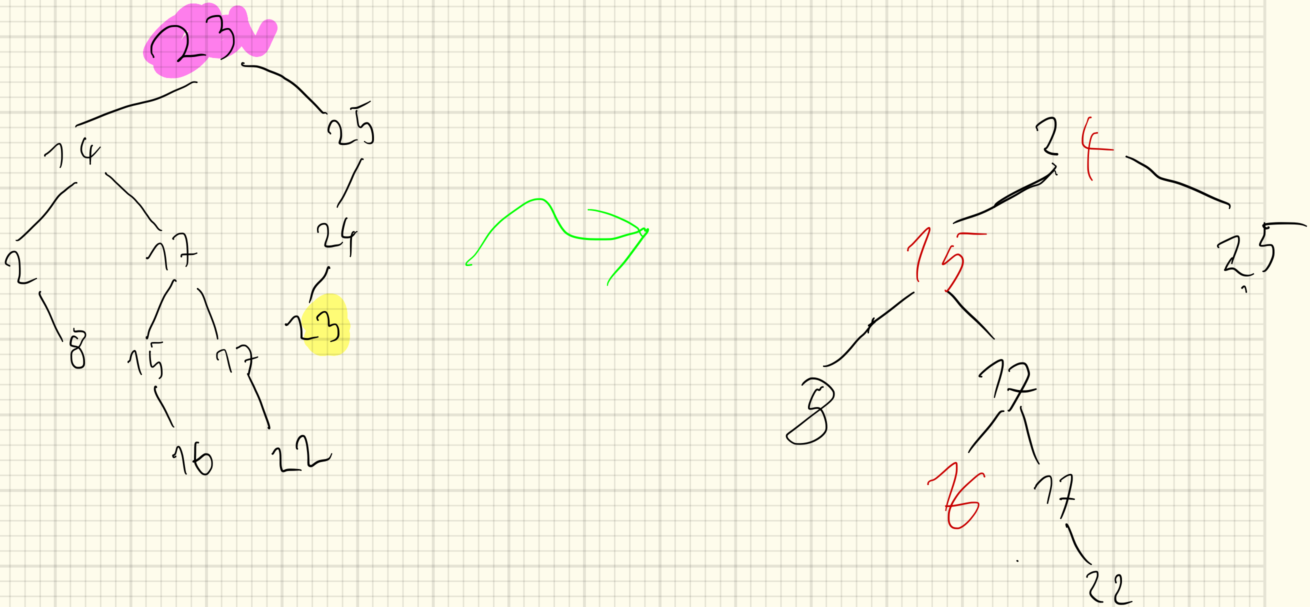
Binäre Suchbäume

Binäre Suchbäume

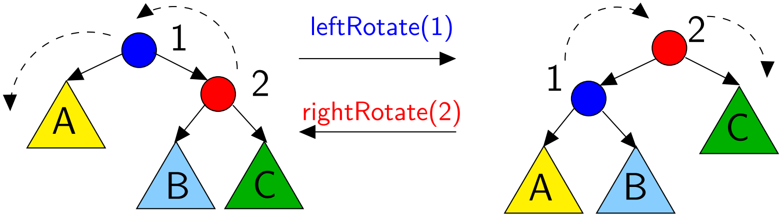
Einfügen: 22, 24, 23

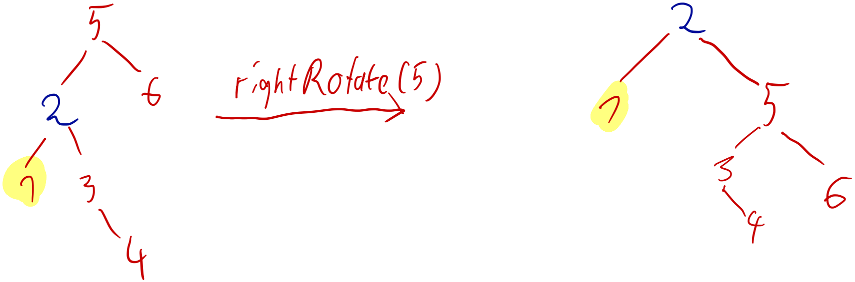


Lösche 23, 2, 14, 23

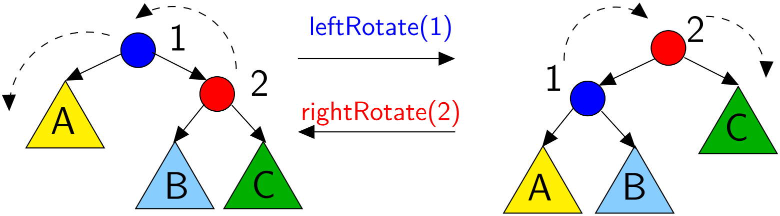


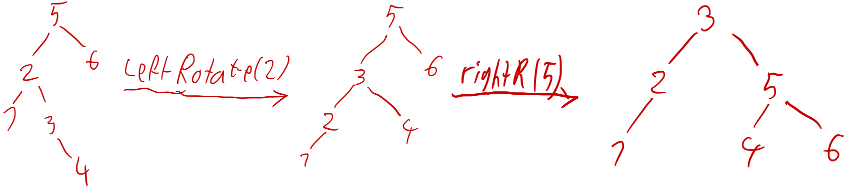
leftRotate – Konzept und Beispiel (VL)





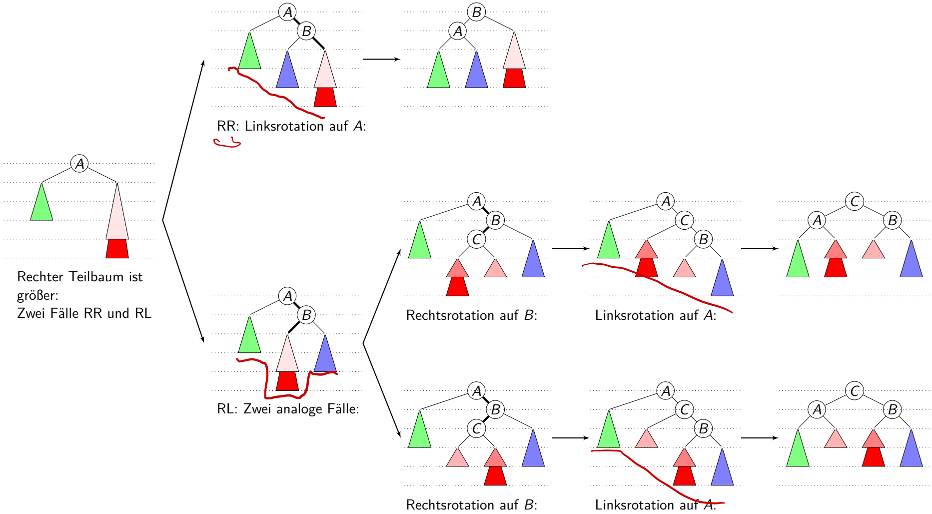
leftRotate – Konzept und Beispiel





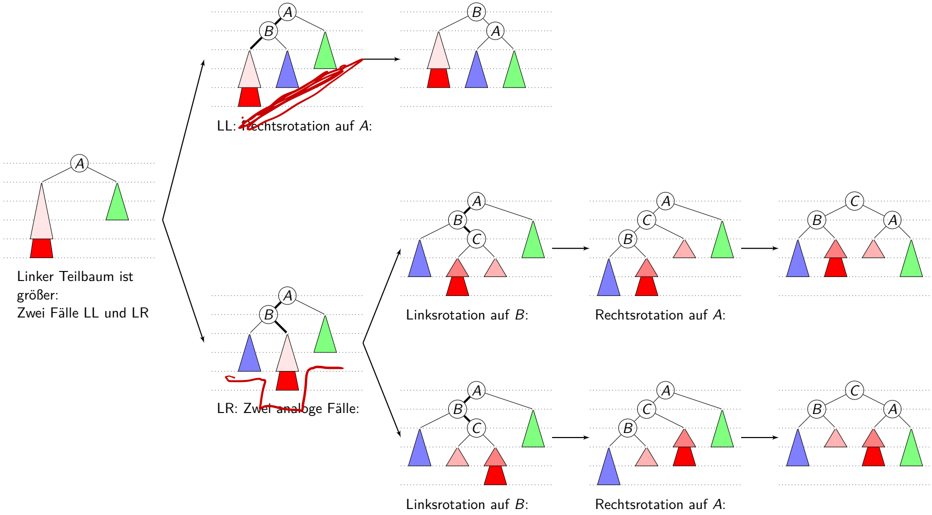
AVL-Bäume: Balancieren nach Einfügen

Sei A der tiefste unbalancierte Knoten auf dem Pfad von der Wurzel zum neu eingefügten Knoten (unbalanciert: *linke Teilbaumhöhe* $-$ *rechte Teilbaumhöhe* $= \pm 2$).

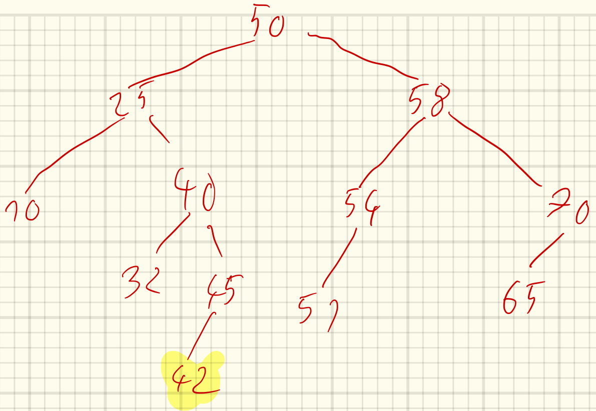


AVL-Bäume: Balancieren nach Einfügen

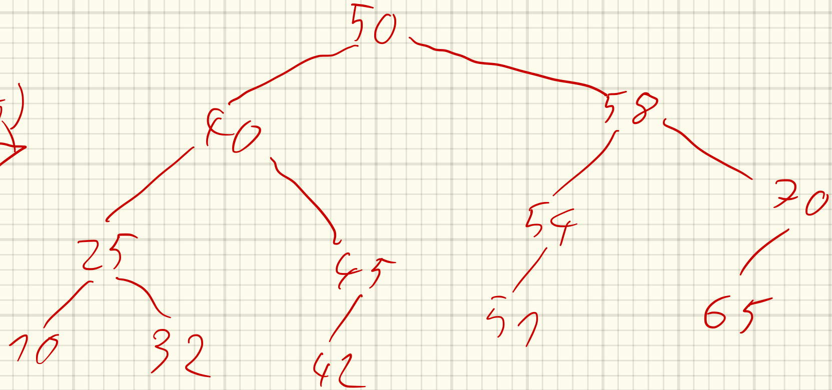
Sei A der tiefste unbalancierte Knoten auf dem Pfad von der Wurzel zum neu eingefügten Knoten (unbalanciert: *linke Teilbaumhöhe* − *rechte Teilbaumhöhe* $= \pm 2$).



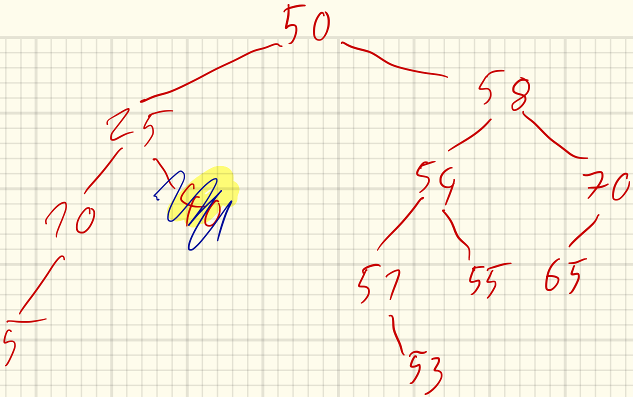
Einfügen: 42



LeftR(25)

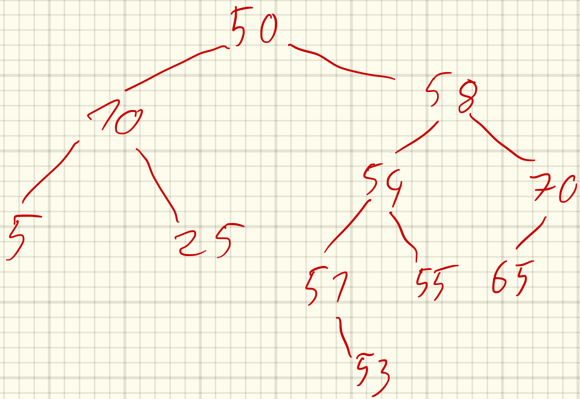


Lösche 40

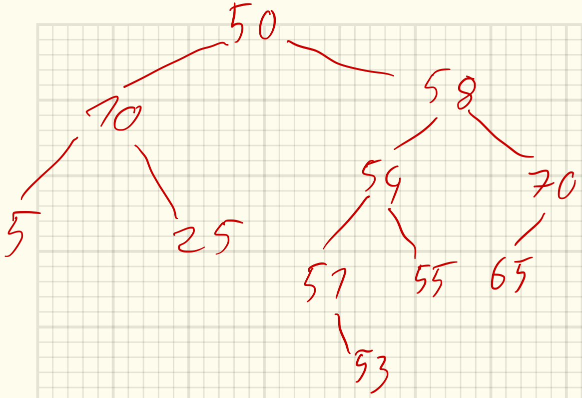


⇝ 25 unbalanciert

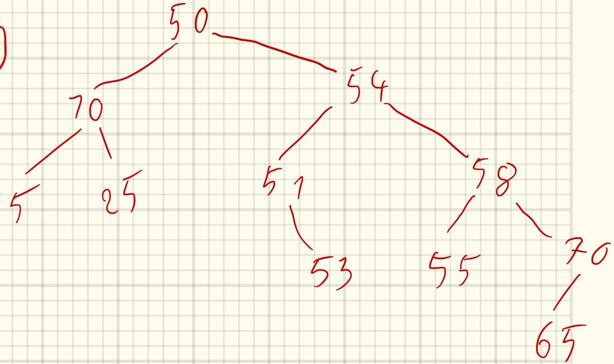
rightR(25)



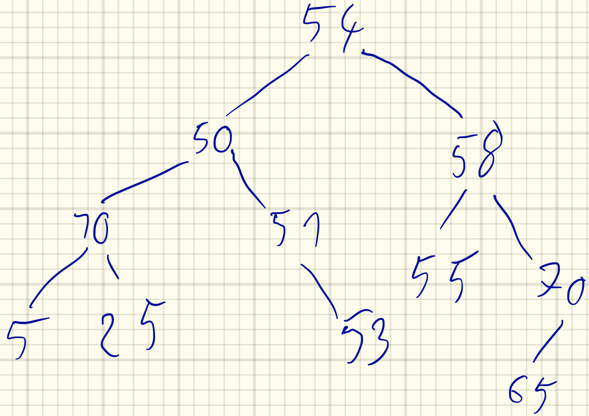
⇝ 50 unbalanciert



rightR(58)



LeftRotate(50)



Nächster Termin

Nächste Vorlesung

Freitag, 1. Juni, 13:15 (H01).

Nächste Globalübung

Dienstag, 5. Juni, 14:15 (Aula 1).

Präsenzübung

Donnerstag, 7. Juni, 18:30

Anmeldung schließt heute!