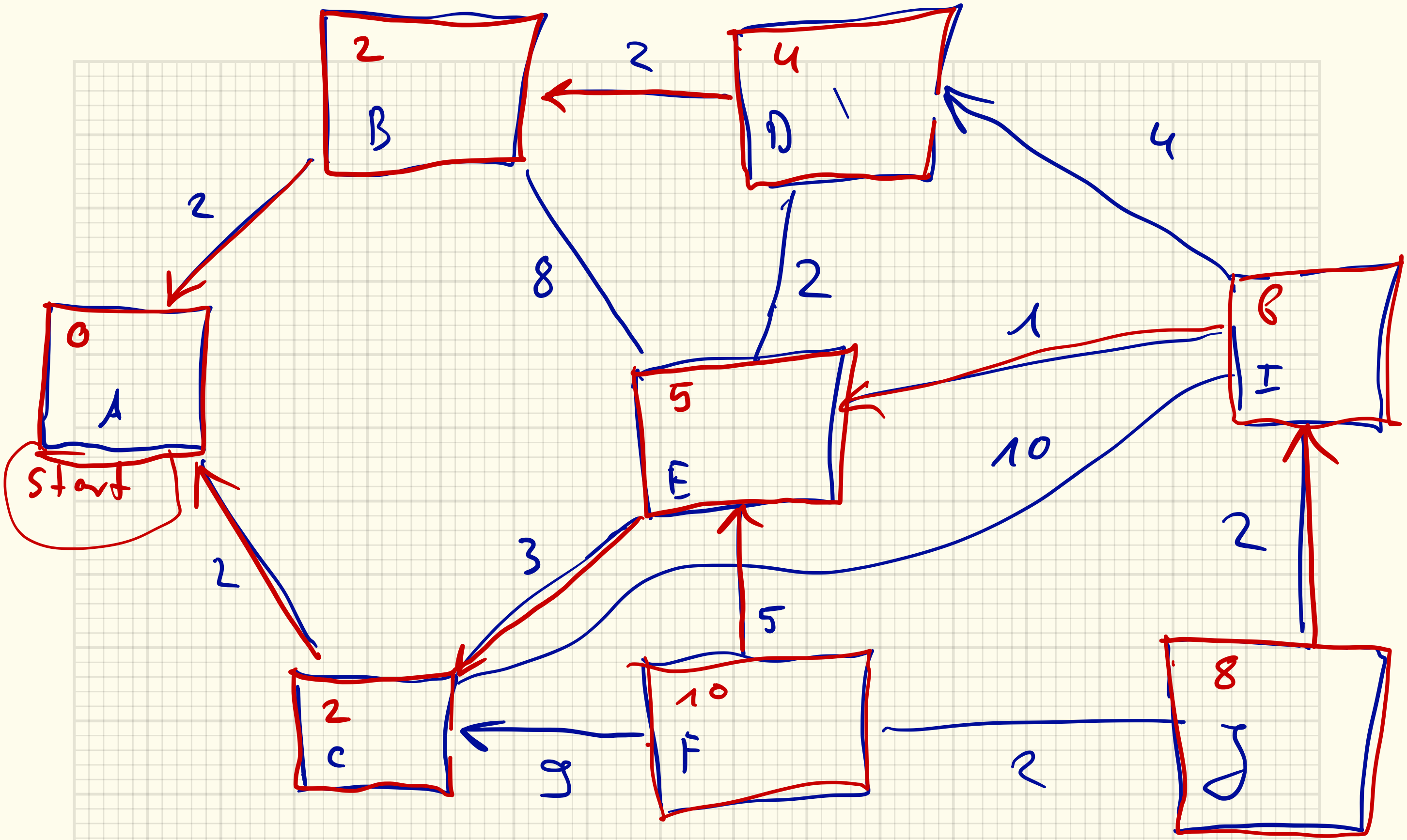
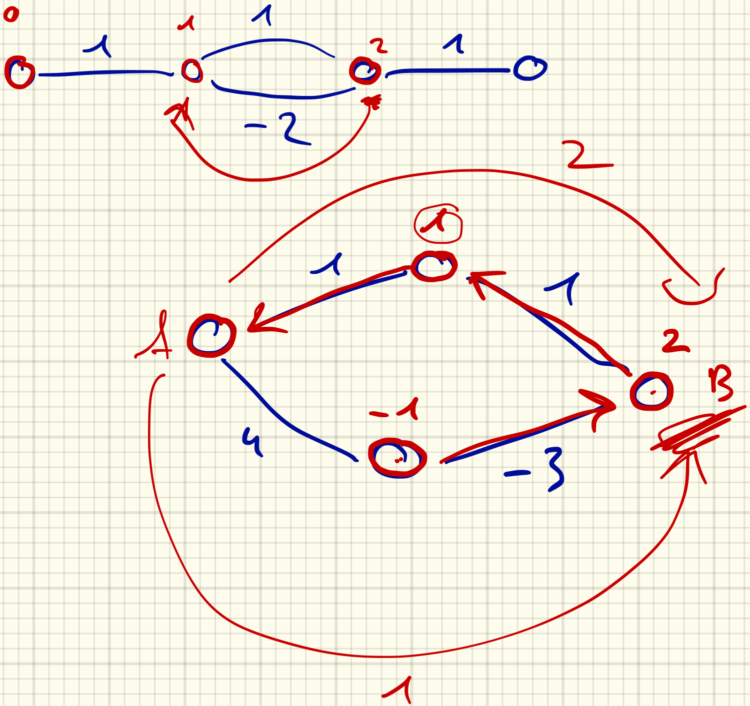
Datenstrukturen & Algorithmen

- Webseite down ⇝ Verlängerung 5 min.
  Das reicht auch für ein Tor :).
- Insgesamt 11 Übungsblätter
  + 1 Wiederholung?
- Evaluation. Details demnächst! auf unserer Webseite.



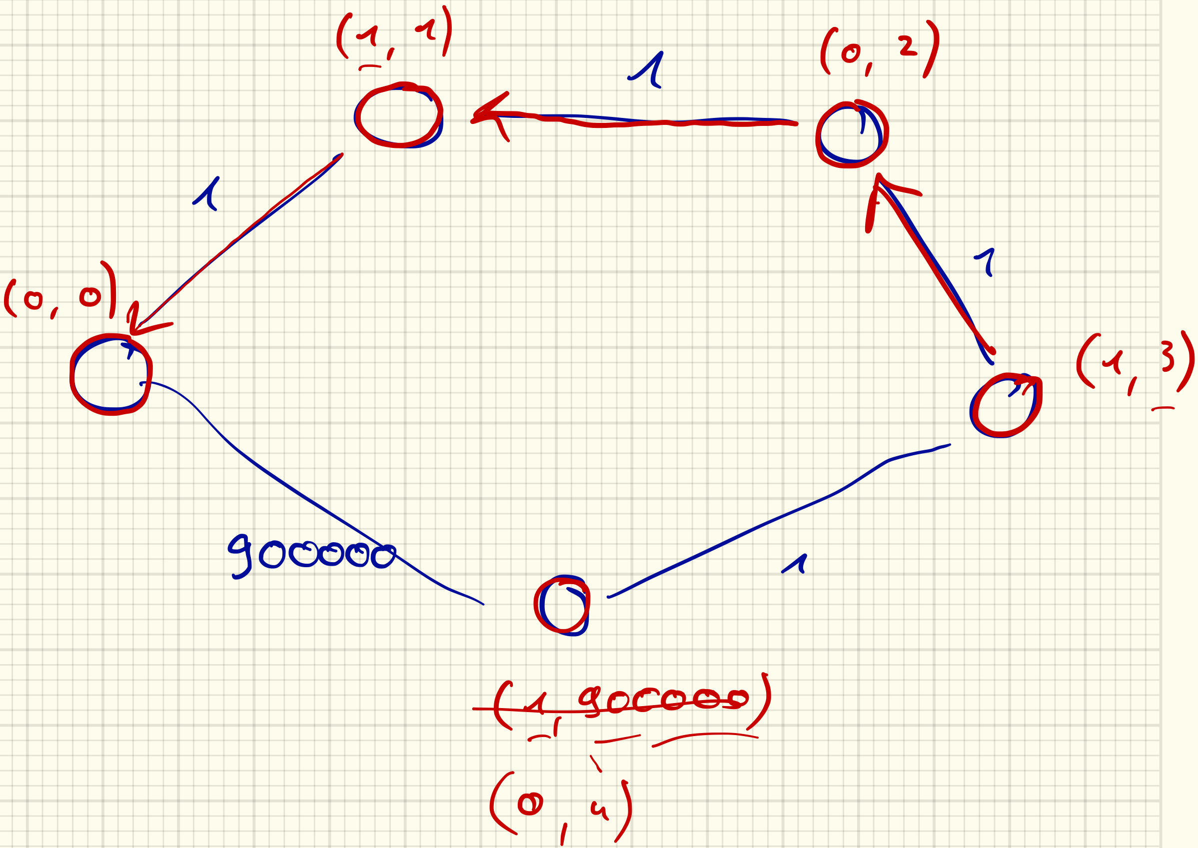
2
B
4
D
2
2
8
2
4
0
A
start
5
E
1
6
I
10
2
3
5
2
C
10
F
9
8
J
2

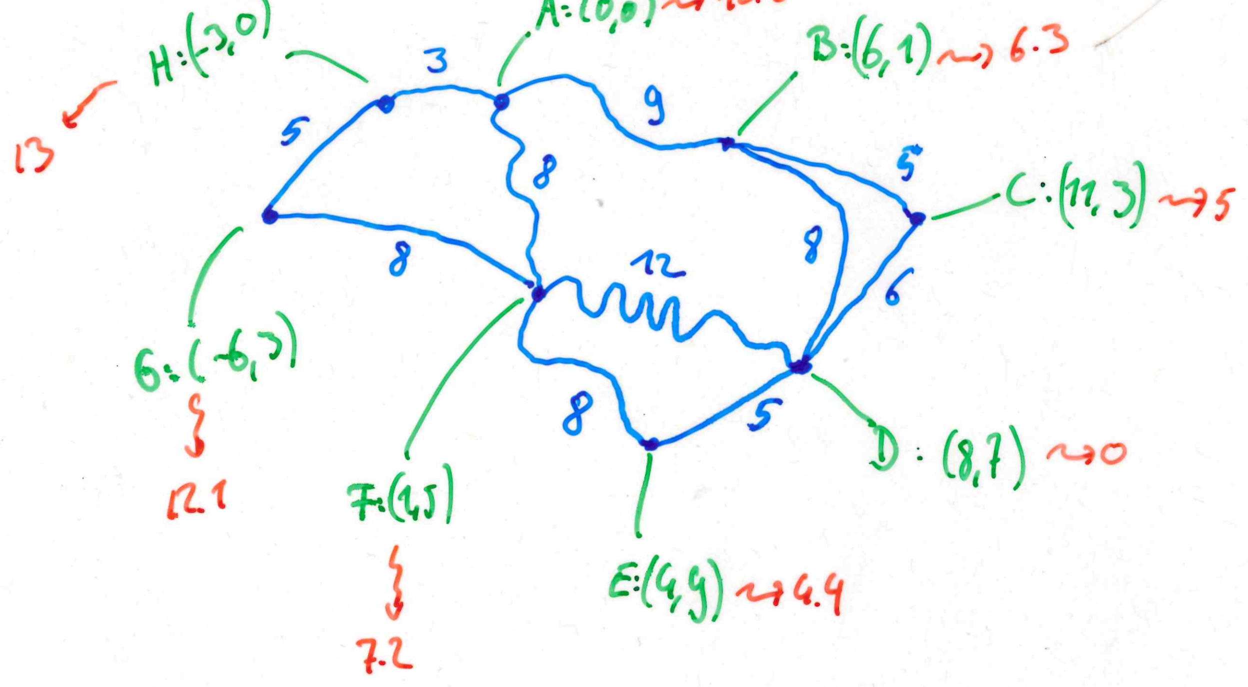


(p, k)

0

$(0, 5) < (1, 0)$


(1, 1)
(0, 2)
1
1
(0, 0)
1
(1, 3)
900000
1
~~(1, 900000)~~
(0, 4)



H:(-3,0)
13
A:(0,0) ~> 10.6
B:(6,1) ~> 6.3
C:(11,3) ~> 5
D: (8,7) ~> 0
E:(4,9) ~> 4.4
F:(4,5)
7.2
G: (-6,3)
12.1
3
5
9
8
8
12
8
5
8
6
5

Single Source Single Target Shortest Path.

$A \longrightarrow B$: Idee: Dijkstra.

Besuchen A;

Besuchen H;

Besuchen F;

Besuchen G;

Besuchen B.

$A \longrightarrow D$:

Besuchen C;

Besuchen E

Besuchen D;

Def Graph mit Koordinaten: (V, E, w, K)

(V, E, w) ist ein gewichteter Graph.

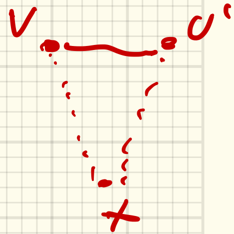
$K: V \longrightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

$$w(v_1, v_2) \geq \| K(v_1) - K(v_2) \|_2$$

Wie können wir Dijkstra verbessern? (von s nach t).

Funktion $h: V \longrightarrow \mathbb{R}$

$$h(v) := \| K(v) - K(t) \|_2$$



$\forall v, v'$ $\quad h(v) \leq w(v, v') + h(v')$

Euklid. Dijkstra: Extract Min $\quad \underset{x \in Q}{\arg\min}\ \text{dist}[x] + h(v)$

$$\underset{x \in Q}{\arg\min} \quad f(x) = dist[x] + h(x).$$

A: $dist[x] = 0$, $h(x) = \|A, D\|_2 = 10.6$

H: $dist[H] = 3$, $h(H) = 13 \rightsquigarrow 16.$

B: $dist[B] = 9$, $h(B) = 6.3 \rightsquigarrow 15.3$

F: $dist[F] = 8$, $h(B) = 7.2 \rightsquigarrow 15.2$

F

E: $dist[E] = 16$, $h(E) = 4.4 \rightsquigarrow 20.4.$

D: $= 20$ $= 0 \rightsquigarrow 20$

G $= 16$ $= 12.1 \rightsquigarrow 28.1$

B:

D: 17 $= 0 \rightsquigarrow 17$

14 $= 5 \rightsquigarrow 19.$

Satz: Gegeben (V, E, w, K) sodass

- $w(v_1, v_2) \geq \|K(v_1) - K(v_2)\|$
- $s, t \in V$
- $h: V \to \mathbb{R}$ sodass $h(v) \geq \|K(t) - K(v)\|$

Der Euklid-Dijkstra findet den kürzesten Pfad von s nach t

Beweis: - f monoton für jeden Pfad:
Entlang jedem Pfad $s \ldots v \cdot v' \ldots$

$f(v') \geq f(v)$. Siehe $*$.

- Wenn ExtractMin v wählt, gilt:
$\delta(s, v) = dist[v]$.

Angenommen nicht, dann existiert ein Pfad

$s \dots v' \dots v$ wobei $v' \in Q$. (noch nicht besucht).

Aber $f(v') \le f(v)$, aber dann hätten wir v' vorher besucht. $\lightning$.

$*)$: $f(v) = dist[v] + h(v') = dist[v] + W(v,v') + h(v') \geq$
$dist[v] + h(v) = f(v)$.