



Compiler Construction

Lecture 16: Code Generation II (The Translation)

Summer Semester 2017

Thomas Noll

Software Modeling and Verification Group

RWTH Aachen University

<https://moves.rwth-aachen.de/teaching/ss-17/cc/>

Recap: Intermediate Code

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Recap: Intermediate Code

Syntax of EPL

Definition (Syntax of EPL)

The **syntax of EPL** is defined as follows:

$$\begin{aligned} \mathbb{Z} : & \quad z && \text{(* } z \text{ is an integer *)} \\ Ide : & \quad I && \text{(* } I \text{ is an identifier *)} \\ AExp : & \quad A ::= z \mid I \mid A_1 + A_2 \mid \dots \\ BExp : & \quad B ::= A_1 < A_2 \mid \text{not } B \mid B_1 \text{ and } B_2 \mid B_1 \text{ or } B_2 \\ Cmd : & \quad C ::= I := A \mid C_1 ; C_2 \mid \text{if } B \text{ then } C_1 \text{ else } C_2 \mid \text{while } B \text{ do } C \mid I() \\ Dcl : & \quad D ::= D_C D_V D_P \\ & \quad D_C ::= \varepsilon \mid \text{const } l_1 := z_1, \dots, l_n := z_n; \\ & \quad D_V ::= \varepsilon \mid \text{var } l_1, \dots, l_n; \\ & \quad D_P ::= \varepsilon \mid \text{proc } l_1 ; K_1 ; \dots ; \text{proc } l_n ; K_n; \\ Blk : & \quad K ::= D C \\ Pgm : & \quad P ::= \text{in/out } l_1, \dots, l_n ; K. \end{aligned}$$

Recap: Intermediate Code

The Abstract Machine AM

Definition (Abstract machine for EPL)

The **abstract machine for EPL (AM)** is defined by the **state space**

$$S := PC \times DS \times PS$$

with

- the **program counter** $PC := \mathbb{N}$,
- the **data stack** $DS := \mathbb{Z}^*$ (top of stack to the right), and
- the **procedure stack** (or: **runtime stack**) $PS := \mathbb{Z}^*$ (top of stack to the left).

Thus a state $s = (pc, d, p) \in S$ is given by

- a program counter $pc \in PC$,
- a data stack $d = d.r : \dots : d.1 \in DS$, and
- a procedure stack $p = p.1 : \dots : p.t \in PS$.

Recap: Intermediate Code

AM Instructions

Definition (AM instructions)

The set of **AM instructions** is divided into

arithmetic instructions: ADD, MULT, ...

Boolean instructions: NOT, AND, OR, LT, ...

jumping instructions: JMP(*ca*), JFALSE(*ca*) (*ca* ∈ PC)

procedure instructions: CALL(*ca*, *dif*, *loc*) (*ca* ∈ PC, *dif*, *loc* ∈ ℕ), RET

transfer instructions: LOAD(*dif*, *off*), STORE(*dif*, *off*) (*dif*, *off* ∈ ℕ), LIT(*z*) (*z* ∈ ℤ)

Recap: Intermediate Code

Structure of Procedure Stack I

The semantics of procedure and transfer instructions requires a particular structure of the procedure stack $p \in PS$: it must be composed of **frames** (or: **activation records**) of the form

$$sl : dl : ra : v_1 : \dots : v_k$$

where

static link sl : points to frame of surrounding declaration environment

- used to access non-local variables

dynamic link dl : points to previous frame (i.e., of calling procedure)

- used to remove topmost frame after termination of procedure call

return address ra : program counter after termination of procedure call

- used to continue program execution after termination of procedure call

local variables v_i : values of locally declared variables

Recap: Intermediate Code

Structure of Procedure Stack II

Observation:

- The usage of a variable in a procedure body refers to its **innermost declaration**.
- If the level difference between the usage and the declaration is *dif*, then a **chain of *dif* static links** has to be followed to access the corresponding frame.

Recap: Intermediate Code

Structure of Procedure Stack II

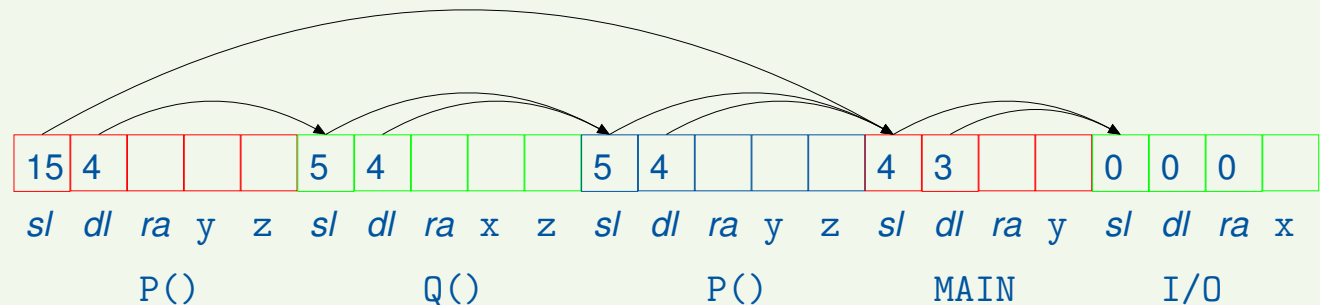
Observation:

- The usage of a variable in a procedure body refers to its **innermost declaration**.
- If the level difference between the usage and the declaration is *dif*, then a **chain of *dif* static links** has to be followed to access the corresponding frame.

Example (cf. Example 15.9)

```
in/out x;  
const c = 10;  
var y;  
proc P;  
  var y, z;  
  proc Q;  
    var x, z;  
    [... P() ...]  
  [... x ... y ... Q() ...]  
proc R;  
  [... P() ...]  
  [... P() ...].
```

Procedure stack after second call of P:



Recap: Intermediate Code

Structure of Procedure Stack II

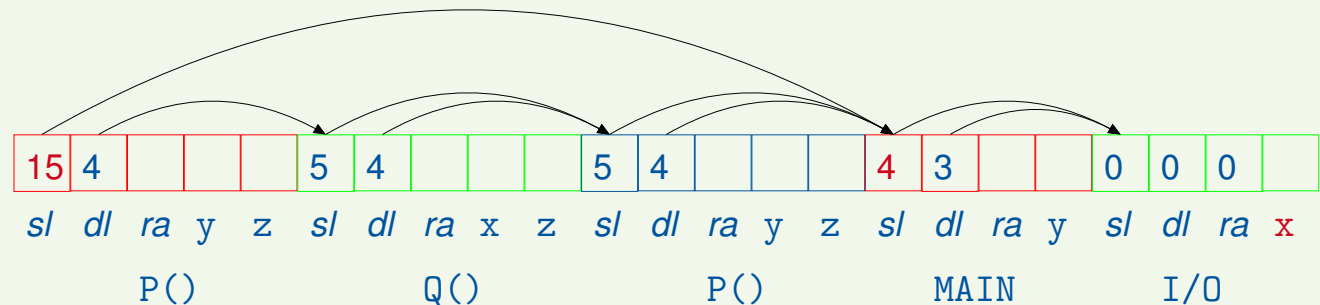
Observation:

- The usage of a variable in a procedure body refers to its **innermost declaration**.
- If the level difference between the usage and the declaration is *dif*, then a **chain of *dif* static links** has to be followed to access the corresponding frame.

Example (cf. Example 15.9)

```
in/out x;  
const c = 10;  
var y;  
proc P;  
  var y, z;  
  proc Q;  
    var x, z;  
    [... P() ...]  
  [... x ... y ... Q() ...]  
proc R;  
  [... P() ...]  
  [... P() ...].
```

Procedure stack after second call of P:



P uses x $\implies dif = 2$

Recap: Intermediate Code

Structure of Procedure Stack II

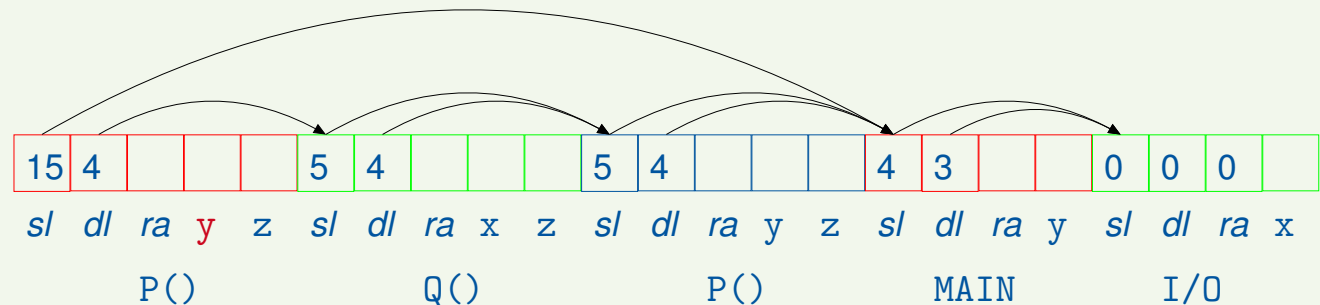
Observation:

- The usage of a variable in a procedure body refers to its **innermost declaration**.
- If the level difference between the usage and the declaration is *dif*, then a **chain of *dif* static links** has to be followed to access the corresponding frame.

Example (cf. Example 15.9)

```
in/out x;  
const c = 10;  
var y;  
proc P;  
  var y, z;  
  proc Q;  
    var x, z;  
    [... P() ...]  
  [... x ... y ... Q() ...]  
proc R;  
  [... P() ...]  
  [... P() ...].
```

Procedure stack after second call of P:



P uses x $\implies dif = 2$

P uses y $\implies dif = 0$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The `base` Function

Computes static link information upon procedure call, given procedure stack and level difference

Definition 16.1 (base function)

The function $\text{base} : PS \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ is given by

$$\begin{aligned}\text{base}(p, 0) &:= 1 \\ \text{base}(p, dif + 1) &:= \text{base}(p, dif) + p.\text{base}(p, dif)\end{aligned}$$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The `base` Function

Computes static link information upon procedure call, given procedure stack and level difference

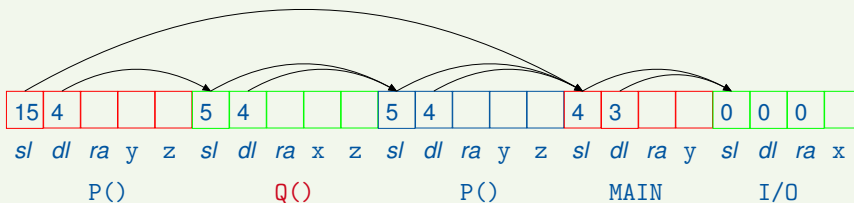
Definition 16.1 (base function)

The function $\text{base} : PS \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ is given by

$$\begin{aligned}\text{base}(p, 0) &:= 1 \\ \text{base}(p, dif + 1) &:= \text{base}(p, dif) + p.\text{base}(p, dif)\end{aligned}$$

Example 16.2 (cf. Example 16.4)

In the second call of `P` (from `Q`): $dif = 2$
 $\text{base}(p, 0) = 1$



Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The `base` Function

Computes static link information upon procedure call, given procedure stack and level difference

Definition 16.1 (base function)

The function $\text{base} : PS \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ is given by

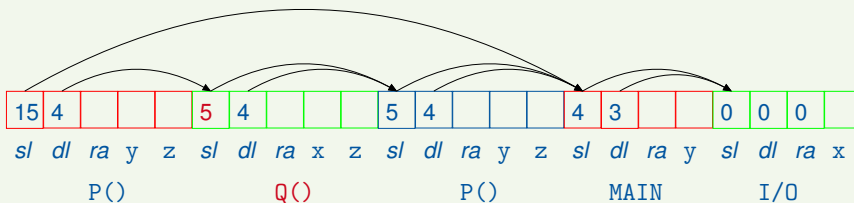
$$\begin{aligned}\text{base}(p, 0) &:= 1 \\ \text{base}(p, dif + 1) &:= \text{base}(p, dif) + p.\text{base}(p, dif)\end{aligned}$$

Example 16.2 (cf. Example 16.4)

In the second call of `P` (from `Q`): $dif = 2$

$$\text{base}(p, 0) = 1$$

$$\implies \text{base}(p, 1) = 1 + p.1 = 6$$



Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The `base` Function

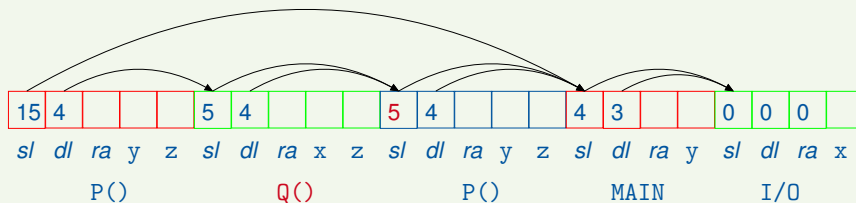
Computes static link information upon procedure call, given procedure stack and level difference

Definition 16.1 (base function)

The function $\text{base} : PS \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ is given by

$$\begin{aligned}\text{base}(p, 0) &:= 1 \\ \text{base}(p, dif + 1) &:= \text{base}(p, dif) + p.\text{base}(p, dif)\end{aligned}$$

Example 16.2 (cf. Example 16.4)



In the second call of `P` (from `Q`): $dif = 2$

$$\begin{aligned}\text{base}(p, 0) &= 1 \\ \Rightarrow \text{base}(p, 1) &= 1 + p.1 = 6 \\ \Rightarrow \text{base}(p, 2) &= 6 + p.6 = 11\end{aligned}$$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The `base` Function

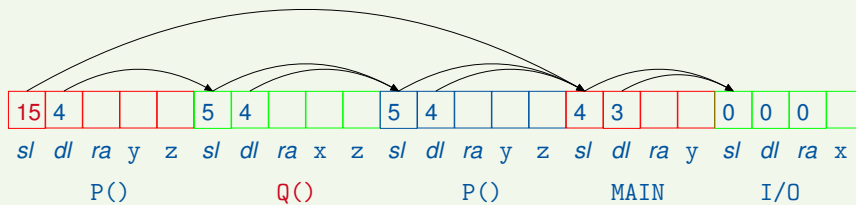
Computes static link information upon procedure call, given procedure stack and level difference

Definition 16.1 (base function)

The function $\text{base} : PS \times \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ is given by

$$\begin{aligned} \text{base}(p, 0) &:= 1 \\ \text{base}(p, dif + 1) &:= \text{base}(p, dif) + p.\text{base}(p, dif) \end{aligned}$$

Example 16.2 (cf. Example 16.4)



In the second call of `P` (from `Q`): $dif = 2$

$$\begin{aligned} \text{base}(p, 0) &= 1 \\ \implies \text{base}(p, 1) &= 1 + p.1 = 6 \\ \implies \text{base}(p, 2) &= 6 + p.6 = 11 \\ \implies sl &= \text{base}(p, 2) + \underbrace{2}_{dl,ra} + \underbrace{2}_{y,z} = 15 \end{aligned}$$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

Semantics of Procedure Instructions

- **CALL** (ca, dif, loc) with
 - code address $ca \in PC$
 - level difference $dif \in \mathbb{N}$
 - number of local variables $loc \in \mathbb{N}$**creates** new frame and **jumps** to given address (= starting address of procedure)
- **RET** **removes** the topmost frame and returns to the calling site

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

Semantics of Procedure Instructions

- **CALL** (ca, dif, loc) with
 - code address $ca \in PC$
 - level difference $dif \in \mathbb{N}$
 - number of local variables $loc \in \mathbb{N}$creates new frame and jumps to given address (= starting address of procedure)
- **RET** removes the topmost frame and returns to the calling site

Definition 16.3 (Semantics of procedure instructions)

The semantics of a procedure instruction O , $\llbracket O \rrbracket : S \dashrightarrow S$, is defined as follows:

$$\llbracket \text{CALL}(ca, dif, loc) \rrbracket (pc, d, p) \\ := (ca, d, \underbrace{(\text{base}(p, dif) + loc + 2)}_{sl}) : \underbrace{(loc + 2)}_{dl} : \underbrace{(pc + 1)}_{ra} : \underbrace{0 : \dots : 0}_{\times loc} : p$$

$$\llbracket \text{RET} \rrbracket (pc, d, p.1 : \dots : p.t) \\ := (\underbrace{p.3}_{ra}, d, p.(\underbrace{p.2}_{dl} + 2) : \dots : p.t) \quad \text{if } t \geq p.2 + 2$$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

Semantics of Transfer Instructions

- $\text{LOAD}(dif, off)$ and $\text{STORE}(dif, off)$ with

- level difference $dif \in \mathbb{N}$
- variable offset $off \in \mathbb{N}$

respectively load and store variable values between data and procedure stack, following a chain of dif static links

- $\text{LIT}(z)$ loads the literal constant $z \in \mathbb{Z}$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

Semantics of Transfer Instructions

- $\text{LOAD}(dif, off)$ and $\text{STORE}(dif, off)$ with

- level difference $dif \in \mathbb{N}$
- variable offset $off \in \mathbb{N}$

respectively load and store variable values between data and procedure stack, following a chain of dif static links

- $\text{LIT}(z)$ loads the literal constant $z \in \mathbb{Z}$

Definition 16.4 (Semantics of transfer instructions)

The **semantics of a transfer instruction** O , $\llbracket O \rrbracket : S \dashrightarrow S$, is defined as follows:

$$\begin{aligned}\llbracket \text{LOAD}(dif, off) \rrbracket (pc, d, p) &:= (pc + 1, d : p.(\text{base}(p, dif) + off + 2), p) \\ \llbracket \text{STORE}(dif, off) \rrbracket (pc, d : z, p) &:= (pc + 1, d, p[\text{base}(p, dif) + off + 2 \mapsto z]) \\ \llbracket \text{LIT}(z) \rrbracket (pc, d, p) &:= (pc + 1, d : z, p)\end{aligned}$$

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

AM Programs and Their Semantics

Definition 16.5 (Semantics of AM programs)

An **AM program** is a sequence of $k \geq 1$ labelled AM instructions:

$$P = 1 : O_1; \dots; k : O_k$$

The set of all AM programs is denoted by *AM*.

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

AM Programs and Their Semantics

Definition 16.5 (Semantics of AM programs)

An **AM program** is a sequence of $k \geq 1$ labelled AM instructions:

$$P = 1 : O_1; \dots; k : O_k$$

The set of all AM programs is denoted by AM .

The **semantics of AM programs** is determined by

$$\llbracket \cdot \rrbracket : AM \times S \dashrightarrow S$$

with

$$\llbracket P \rrbracket(pc, d, p) := \begin{cases} \llbracket P \rrbracket(\llbracket O_{pc} \rrbracket(pc, d, p)) & \text{if } \llbracket O_{pc} \rrbracket(pc, d, p) \text{ defined} \\ (pc, d, p) & \text{otherwise} \end{cases}$$

(in particular, $\llbracket P \rrbracket(pc, d, p) = (pc, d, p)$ if $pc \notin [k]$)

The Symbol Table

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

The Symbol Table

Structure of Symbol Table

Goal: define **translation mapping** $\text{trans} : Pgm \dashrightarrow AM$

The Symbol Table

Structure of Symbol Table

Goal: define **translation mapping** $\text{trans} : Pgm \dashrightarrow AM$

The translation employs a **symbol table**:

$$\begin{aligned} Tab := \{st \mid st : Ide \dashrightarrow & (\{const\} \times \mathbb{Z}) \\ & \cup (\{var\} \times Lev \times Off) \\ & \cup (\{proc\} \times PC \times Lev \times Size)\} \end{aligned}$$

The Symbol Table

Structure of Symbol Table

Goal: define **translation mapping** $\text{trans} : Pgm \dashrightarrow AM$

The translation employs a **symbol table**:

$$\begin{aligned} Tab := \{st \mid st : Ide \dashrightarrow & (\{\text{const}\} \times \mathbb{Z}) \\ & \cup (\{\text{var}\} \times Lev \times Off) \\ & \cup (\{\text{proc}\} \times PC \times Lev \times Size)\} \end{aligned}$$

whose entries are created by declarations:

- constant declarations: (const, z)
 - **value** $z \in \mathbb{Z}$
- variable declarations: (var, lev, off)
 - **declaration level** $lev \in Lev := \mathbb{N}$ ($0 \cong \text{I/O}$, $1 \cong \text{MAIN}$, ...)
 - **offset** $off \in Off := \mathbb{N}$
 - offset and difference between usage and declaration level determine procedure stack entry
- procedure declarations: $(\text{proc}, ca, lev, loc)$
 - **code address** $ca \in PC$
 - **declaration level** $lev \in Lev$
 - **number of local variables** $loc \in Size := \mathbb{N}$

The Symbol Table

Maintaining the Symbol Table

Function `update(D, st, lev)` specifies update of symbol table `st` according to declaration `D` (with respect to current level `lev`):

The Symbol Table

Maintaining the Symbol Table

Function $\text{update}(D, \text{st}, \text{lev})$ specifies update of symbol table st according to declaration D (with respect to current level lev):

Definition 16.6 (update function)

$\text{update} : Dcl \times Tab \times Lev \dashrightarrow Tab$ is defined by

$$\begin{aligned} & \text{update}(D_C D_V D_P, \text{st}, \text{lev}) \\ & := \text{update}(D_P, \text{update}(D_V, \text{update}(D_C, \text{st}, \text{lev}), \text{lev}), \text{lev}) \\ & \quad \text{if all identifiers in } D_C D_V D_P \text{ different} \end{aligned}$$
$$\text{update}(\varepsilon, \text{st}, \text{lev}) := \text{st}$$
$$\begin{aligned} & \text{update}(\text{const } l_1 := z_1, \dots, l_n := z_n; , \text{st}, \text{lev}) \\ & := \text{st}[l_1 \mapsto (\text{const}, z_1), \dots, l_n \mapsto (\text{const}, z_n)] \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} & \text{update}(\text{var } l_1, \dots, l_n; , \text{st}, \text{lev}) \\ & := \text{st}[l_1 \mapsto (\text{var}, \text{lev}, 1), \dots, l_n \mapsto (\text{var}, \text{lev}, n)] \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} & \text{update}(\text{proc } l_1; K_1; \dots; \text{proc } l_n; K_n; , \text{st}, \text{lev}) \\ & := \text{st}[l_1 \mapsto (\text{proc}, a_1, \text{lev}, \text{size}(K_1)), \dots, l_n \mapsto (\text{proc}, a_n, \text{lev}, \text{size}(K_n))] \\ & \quad \text{with "fresh" addresses } a_1, \dots, a_n \text{ where } \text{size}(D_C \text{ var } l_1, \dots, l_n; D_P C) := n \end{aligned}$$

The Symbol Table

The Initial Symbol Table

Reminder: an EPL program $P = \text{in/out } l_1, \dots, l_n; K. \in \text{Pgm}$ has a **semantics** of type $\mathbb{Z}^n \dashrightarrow \mathbb{Z}^n$.

The Symbol Table

The Initial Symbol Table

Reminder: an EPL program $P = \text{in/out } l_1, \dots, l_n; K. \in \text{Pgm}$ has a **semantics** of type $\mathbb{Z}^n \dashrightarrow \mathbb{Z}^n$.

Given input values $(z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{Z}^n$, we choose the **initial state**

$$s := (1, \varepsilon, \underbrace{0 : 0 : 0 : z_1 : \dots : z_n}_{\text{I/O frame}}) \in S = PC \times DS \times PS$$

The Symbol Table

The Initial Symbol Table

Reminder: an EPL program $P = \text{in/out } l_1, \dots, l_n; K. \in \text{Pgm}$ has a **semantics** of type $\mathbb{Z}^n \dashrightarrow \mathbb{Z}^n$.

Given input values $(z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{Z}^n$, we choose the **initial state**

$$s := (1, \varepsilon, \underbrace{0 : 0 : 0 : z_1 : \dots : z_n}_{\text{I/O frame}}) \in S = PC \times DS \times PS$$

Thus the corresponding **initial symbol table** has n entries:

$$\text{st}_{I/O}(l_j) := (\text{var}, \underbrace{0}_{\text{lev}}, \underbrace{j}_{\text{off}}) \quad \text{for every } j \in [n]$$

Translation of Programs

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Translation of Programs

Translation of Programs

Translation of `in/out $l_1, \dots, l_n; D C$.:`

1. Create MAIN frame for executing `C` (remember: `CALL(ca, dif, loc)`)
2. Stop program execution after return

Translation of Programs

Translation of Programs

Translation of $\text{in/out } l_1, \dots, l_n; D C.:$

1. Create MAIN frame for executing C (remember: $\text{CALL}(ca, dif, loc)$)
2. Stop program execution after return

Definition 16.7 (Translation of programs)

The mapping

$$\text{trans} : Pgm \dashrightarrow AM$$

is defined by

$$\begin{aligned} \text{trans}(\text{in/out } l_1, \dots, l_n; K.) &:= 1 : \text{CALL}(a, 0, \text{size}(K)); \\ &2 : \text{JMP}(0); \\ &\text{kt}(K, \text{st}_{I/O}, a, 1) \end{aligned}$$

with “fresh” address a

Translation of Blocks

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Translation of Blocks

Translation of Blocks

Translation of D C :

1. Update symbol table according to D
2. Create code for procedures declared in D
(using the updated symbol table to handle recursion)
3. Create code for C (using the updated symbol table)

Translation of Blocks

Translation of Blocks

Translation of $D C$:

1. Update symbol table according to D
2. Create code for procedures declared in D
(using the updated symbol table to handle recursion)
3. Create code for C (using the updated symbol table)

Definition 16.8 (Translation of blocks)

The mapping

$$kt : Blk \times Tab \times PC \times Lev \dashrightarrow AM$$

(“block translation”) is defined by

$$\begin{aligned} kt(D C, st, a, lev) &:= dt(D, \text{update}(D, st, lev), lev) \\ &\quad ct(C, \text{update}(D, st, lev), a, lev) \\ &\quad a' : RET; \end{aligned}$$

with “fresh” address a'

Translation of Declarations

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Translation of Declarations

Translation of Declarations

Translation of D : generate code for the procedures declared in D

Translation of Declarations

Translation of Declarations

Translation of D : generate code for the procedures declared in D

Definition 16.9 (Translation of declarations)

The mapping

$$dt : Dcl \times Tab \times Lev \dashrightarrow AM$$

(“declaration translation”) is defined by

$$dt(D_C D_V D_P, st, lev) := dt(D_P, st, lev)$$

$$dt(\varepsilon, st, lev) := \varepsilon$$

$$dt(\text{proc } l_1; K_1; \dots; \text{proc } l_n; K_n; , st, lev) := kt(K_1, st, a_1, lev + 1)$$

⋮

$$kt(K_n, st, a_n, lev + 1)$$

where $st(l_j) = (\text{proc}, a_j, \dots, \dots)$

for every $j \in [n]$

Translation of Commands

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Translation of Commands

Translation of Commands

Definition 16.10 (Translation of commands)

The mapping

$$ct : Cmd \times Tab \times PC \times Lev \dashrightarrow AM$$

(“command translation”) is defined by

$$ct(l := A, st, a, lev) := at(A, st, a, lev); a' : STORE(lev - lev', off); \\ \text{if } st(l) = (\text{var}, lev', off)$$

$$ct(l(), st, a, lev) := a : CALL(ca, lev - lev', loc); \\ \text{if } st(l) = (\text{proc}, ca, lev', loc)$$

$$ct(C_1; C_2, st, a, lev) := ct(C_1, st, a, lev); ct(C_2, st, a', lev)$$

$$ct(\text{if } B \text{ then } C_1 \text{ else } C_2, st, a, lev) := bt(B, st, a, lev); a' : JFALSE(a''); \\ ct(C_1, st, a' + 1, lev); a'' - 1 : JMP(a'''); \\ ct(C_2, st, a'', lev); a''' :$$

$$ct(\text{while } B \text{ do } C, st, a, lev) := bt(B, st, a, lev); a' : JFALSE(a'' + 1); \\ ct(C, st, a' + 1, lev); a'' : JMP(a);$$

Translation of Expressions

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Translation of Expressions

Translation of Boolean Expressions

Definition 16.11 (Translation of Boolean expressions)

The mapping

$$bt : BExp \times Tab \times PC \times Lev \dashrightarrow AM$$

(“Boolean expression translation”) is defined by

$$bt(A_1 < A_2, st, a, lev) := at(A_1, st, a, lev); at(A_2, st, a', lev); a'' : LT;$$

$$bt(\text{not } B, st, a, lev) := bt(B, st, a, lev); a' : NOT;$$

$$bt(B_1 \text{ and } B_2, st, a, lev) := bt(B_1, st, a, lev); bt(B_2, st, a', lev); a'' : AND;$$

$$bt(B_1 \text{ or } B_2, st, a, lev) := bt(B_1, st, a, lev); bt(B_2, st, a', lev); a'' : OR;$$

Translation of Expressions

Translation of Arithmetic Expressions

Definition 16.12 (Translation of arithmetic expressions)

The mapping

$$\text{at} : AExp \times Tab \times PC \times Lev \dashrightarrow AM$$

(“arithmetic expression translation”) is defined by

$$\text{at}(z, \text{st}, a, lev) := a : \text{LIT}(z) ;$$

$$\text{at}(l, \text{st}, a, lev) := \begin{cases} a : \text{LIT}(z) ; & \text{if } \text{st}(l) = (\text{const}, z) \\ a : \text{LOAD}(lev - lev', off) ; & \text{if } \text{st}(l) = (\text{var}, lev', off) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{at}(A_1 + A_2, \text{st}, a, lev) &:= \text{at}(A_1, \text{st}, a, lev) \\ &\quad \text{at}(A_2, \text{st}, a', lev) \\ &\quad a'' : \text{ADD}; \end{aligned}$$

A Translation Example

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

Intermediate code:

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

```
trans(in/out  $l_1, \dots, l_n; K.$ ) :=
```

```
  1 : CALL( $a, 0, \text{size}(K)$ );  
  2 : JMP(0);  
  kt( $K, \text{st}_{l/O}, a, 1$ )  
st $_{l/O} = [x \mapsto (\text{var}, 0, 1)]$ 
```

Intermediate code:

```
trans(in/out x; K.)
```


A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

```
kt( $D$  C, st, a, lev) := dt( $D$ , update( $D$ , st, lev), lev)  
ct( $C$ , update( $D$ , st, lev), a, lev)  
a' : RET;
```

```
stI/O = [x ↦ (var, 0, 1)]
```

Intermediate code:

```
1 : CALL( $a_0$ , 0, 1);  
2 : JMP(0);  
kt( $K$ , stI/O,  $a_0$ , 1)
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
x := y.
```

```
update(var  $l_1, \dots, l_n; st, lev) :=$   
   $st[l_1 \mapsto (var, lev, 1), \dots, l_n \mapsto (var, lev, n)]$   
update(proc  $l_1; K_1; \dots; proc l_n; K_n; st, lev) :=$   
   $st[l_1 \mapsto (proc, a_1, lev, size(K_1)), \dots, l_n \mapsto (proc, a_n, lev, size(K_n))]$   
 $st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$   
   $y \mapsto (var, 1, 1),$   
   $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$ 
```

Intermediate code:

```
1 : CALL( $a_0, 0, 1$ );  
2 : JMP(0);  
   dt( $D, update(D, st_{I/O}, 1), 1$ )  
   ct( $C, update(D, st_{I/O}, 1), a_0, 1$ )  
 $a_2$  : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

```
dt(proc  $l_1; K_1; \dots; \text{proc } l_n; K_n; , st, lev) :=$   
  kt( $K_1, st, a_1, lev + 1$ )  
   $\vdots$   
  kt( $K_n, st, a_n, lev + 1$ )  
where  $st(l_j) = (\text{proc}, a_j, \dots, \dots)$  for every  $j \in [n]$   
 $st' = [x \mapsto (\text{var}, 0, 1),$   
   $y \mapsto (\text{var}, 1, 1),$   
   $F \mapsto (\text{proc}, a_1, 1, 0)]$ 
```

Intermediate code:

```
1 : CALL( $a_0, 0, 1$ );  
2 : JMP(0);  
   dt( $D, st', 1$ )  
   ct( $C, st', a_0, 1$ )  
 $a_2$  : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$kt(D\ C, st, a, lev) :=$ $dt(D, update(D, st, lev), lev)$
 $ct(C, update(D, st, lev), a, lev)$
 $a' : RET;$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
   kt(KF, st', a1, 2)  
   ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
x := y.
```

$ct(\text{if } B \text{ then } C_1 \text{ else } C_2, st, a, lev) :=$

```
bt( $B, st, a, lev$ )  
 $a' : JFALSE(a'')$ ;  
 $ct(C_1, st, a' + 1, lev)$   
 $a'' - 1 : JMP(a''')$ ;  
 $ct(C_2, st, a'', lev)$   
 $a''' :$   
 $st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$   
         $y \mapsto (var, 1, 1),$   
         $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$ 
```

Intermediate code:

```
1 : CALL( $a_0, 0, 1$ );  
2 : JMP(0);  
    $ct(C_F, st', a_1, 2)$   
 $a_3 : RET$ ;  
    $ct(C, st', a_0, 1)$   
 $a_2 : RET$ ;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$bt(A_1 > A_2, st, a, lev) := at(A_1, st, a, lev)$
 $at(A_2, st, a', lev)$
 $a' : GT;$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
   bt(x > 1, st', a1, 2)  
a4 : JFALSE(a3);  
      ct(C1, st', a4 + 1, 2)  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$at(l, st, a, lev) :=$

$$\begin{cases} a : LIT(z); & \text{if } st(l) = (const, z) \\ a : LOAD(lev - lev', off); & \text{if } st(l) = (var, lev', off) \end{cases}$$
$$st' = [x \mapsto (var, 0, 1), \\ y \mapsto (var, 1, 1), \\ F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
   at(x, st', a1, 2)  
   at(1, st', a', 2)  
   GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      ct(C1, st', a4 + 1, 2)  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$at(z, st, a, lev) := a : LIT(z);$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      at(1, st', a', 2)  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      ct(C1, st', a4 + 1, 2)  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```


A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$ct(l := A, st, a, lev) := at(A, st, a, lev)$
 $a' : STORE(lev - lev', off);$
if $st(l) = (var, lev', off)$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      ct(C1, st', a4 + 1, 2)  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$at(A_1 + A_2, st, a, lev) := at(A_1, st, a, lev)$
 $at(A_2, st, a', lev)$
 $a' : ADD;$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      at(y * x, st', a4 + 1, 2)  
      STORE(1, 1);  
      at(x - 1, st', a', 2)  
      STORE(2, 1);  
      ct(F(), st', a'', 2)  
      a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$ct(I(), st, a, lev) := a : CALL(ca, lev - lev', loc);$
if $st(I) = (proc, ca, lev', loc)$

$st' = [x \mapsto (var, 0, 1),$
 $y \mapsto (var, 1, 1),$
 $F \mapsto (proc, a_1, 1, 0)]$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      LOAD(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      MULT;  
      STORE(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      SUB;  
      STORE(2, 1);  
      ct(F(), st', a'', 2)  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
y := 1;  
F();  
x := y.
```

```
st' = [x ↦ (var, 0, 1),  
       y ↦ (var, 1, 1),  
       F ↦ (proc, a1, 1, 0)]
```

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      LOAD(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      MULT;  
      STORE(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      SUB;  
      STORE(2, 1);  
      CALL(a1, 1, 0);  
a3 : RET;  
      ct(C, st', a0, 1)  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function I

Example 16.13 (Factorial function; cf. Example 15.3)

Source code:

```
in/out x;  
var y;  
proc F;  
  if x > 1 then  
    y := y * x;  
    x := x - 1;  
    F()  
  y := 1;  
  F();  
  x := y.
```

$$st' = [x \mapsto (\text{var}, 0, 1), \\ y \mapsto (\text{var}, 1, 1), \\ F \mapsto (\text{proc}, a_1, 1, 0)]$$

Intermediate code:

```
1 : CALL(a0, 0, 1);  
2 : JMP(0);  
a1 : LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      GT;  
a4 : JFALSE(a3);  
      LOAD(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      MULT;  
      STORE(1, 1);  
      LOAD(2, 1);  
      LIT(1);  
      SUB;  
      STORE(2, 1);  
      CALL(a1, 1, 0);  
a3 : RET;  
a0 : LIT(1);  
      STORE(0, 1);  
      CALL(a1, 0, 0);  
      LOAD(0, 1);  
      STORE(1, 1);  
a2 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function II

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Code with symbolic addresses:

```
1 : CALL(a0,0,1);
2 : JMP(0);
a1 : LOAD(2,1);
      LIT(1);
      GT;
a4 : JFALSE(a3);
      LOAD(1,1);
      LOAD(2,1);
      MULT;
      STORE(1,1);
      LOAD(2,1);
      LIT(1);
      SUB;
      STORE(2,1);
      CALL(a1,1,0);
a3 : RET;
a0 : LIT(1);
      STORE(0,1);
      CALL(a1,0,0);
      LOAD(0,1);
      STORE(1,1);
a2 : RET;
```

Linearised ($a_0 = 17, a_1 = 3, a_2 = 22, a_3 = 16, a_4 = 6$):

```
1 : CALL(17,0,1);
2 : JMP(0);
3 : LOAD(2,1);
4 : LIT(1);
5 : GT;
6 : JFALSE(16);
7 : LOAD(1,1);
8 : LOAD(2,1);
9 : MULT;
10 : STORE(1,1);
11 : LOAD(2,1);
12 : LIT(1);
13 : SUB;
14 : STORE(2,1);
15 : CALL(3,1,0);
16 : RET;
17 : LIT(1);
18 : STORE(0,1);
19 : CALL(3,0,0);
20 : LOAD(0,1);
21 : STORE(1,1);
22 : RET;
```

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ε	<u>0:0:0:2</u>
2 : JMP(0);			
3 : LOAD(2,1);			
4 : LIT(1);			
5 : GT;			
6 : JFALSE(16);			
7 : LOAD(1,1);			
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	<u>0:0:0:2</u>
2 : JMP(0);	17	ϵ	<u>4:3:2:0:0:0:0:2</u>
3 : LOAD(2,1);			
4 : LIT(1);			
5 : GT;			
6 : JFALSE(16);			
7 : LOAD(1,1);			
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	<u>0 : 0 : 0 : 2</u>
2 : JMP(0);	17	ϵ	<u>4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2</u>
3 : LOAD(2,1);	18	1	<u>4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2</u>
4 : LIT(1);			
5 : GT;			
6 : JFALSE(16);			
7 : LOAD(1,1);			
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
	<u>1</u>	<u>ϵ</u>	<u>0:0:0:2</u>
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4:3:2:0:0:0:0:2
2 : JMP(0);	18	1	4:3:2:0:0:0:0:2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4:3:2:1:0:0:0:2
4 : LIT(1);			
5 : GT;			
6 : JFALSE(16);			
7 : LOAD(1,1);			
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>		<i>PS</i>
	1	ϵ		0 : 0 : 0 : 2
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	18	1	4 : 3 : 2 : 0	0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1	0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1	0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;				
6 : JFALSE(16);				
7 : LOAD(1,1);				
8 : LOAD(2,1);				
9 : MULT;				
10 : STORE(1,1);				
11 : LOAD(2,1);				
12 : LIT(1);				
13 : SUB;				
14 : STORE(2,1);				
15 : CALL(3,1,0);				
16 : RET;				
17 : LIT(1);				
18 : STORE(0,1);				
19 : CALL(3,0,0);				
20 : LOAD(0,1);				
21 : STORE(1,1);				
22 : RET;				

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);			
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);			
9 : MULT;			
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);			
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);			
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);			
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;			
14 : STORE(2,1);			
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);			
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	<i>PC</i>	<i>DS</i>	<i>PS</i>
	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;			
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
1 : CALL(17,0,1);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
17 : LIT(1);			
18 : STORE(0,1);			
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);			
20 : LOAD(0,1);			
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
18 : STORE(0,1);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
19 : CALL(3,0,0);	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
20 : LOAD(0,1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);			
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;			

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	20	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	20	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	21	2	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	20	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	21	2	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	22	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:

	PC	DS		PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ		0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ		4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1		4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ		4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ		3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	20	ϵ		4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	21	2		4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	22	ϵ		4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
	2	ϵ		0 : 0 : 0 : 2

A Translation Example

Example: Factorial Function III

Example 16.13 (Factorial function; continued)

Computation for $x = 2$:	PC	DS	PS
1 : CALL(17,0,1);	1	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
2 : JMP(0);	17	ϵ	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
3 : LOAD(2,1);	18	1	4 : 3 : 2 : 0 : 0 : 0 : 0 : 2
4 : LIT(1);	19	ϵ	4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
5 : GT;	3	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
6 : JFALSE(16);	4	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
7 : LOAD(1,1);	5	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
8 : LOAD(2,1);	6	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
9 : MULT;	7	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
10 : STORE(1,1);	8	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
11 : LOAD(2,1);	9	1 : 2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
12 : LIT(1);	10	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 1 : 0 : 0 : 0 : 2
13 : SUB;	11	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
14 : STORE(2,1);	12	2	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
15 : CALL(3,1,0);	13	2 : 1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
16 : RET;	14	1	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
17 : LIT(1);	15	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
18 : STORE(0,1);	3	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
19 : CALL(3,0,0);	4	1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
20 : LOAD(0,1);	5	1 : 1	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
21 : STORE(1,1);	6	0	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
22 : RET;	16	ϵ	6 : 2 : 16 : 3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	16	ϵ	3 : 2 : 20 : 4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	20	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	21	2	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 1
	22	ϵ	4 : 3 : 2 : 2 : 0 : 0 : 0 : 2
	2	ϵ	0 : 0 : 0 : 2
	0	ϵ	0 : 0 : 0 : 2

Correctness of the Translation

Outline of Lecture 16

Recap: Intermediate Code

Semantics of Procedure and Transfer Instructions

The Symbol Table

Translation of Programs

Translation of Blocks

Translation of Declarations

Translation of Commands

Translation of Expressions

A Translation Example

Correctness of the Translation

Correctness of the Translation

Correctness of the Translation

Theorem 16.14 (Correctness of translation)

For every $P \in \text{Pgm}$, $n \in \mathbb{N}$, and $(z_1, \dots, z_n), (z'_1, \dots, z'_n) \in \mathbb{Z}^n$:

$$\begin{aligned} & \llbracket P \rrbracket(z_1, \dots, z_n) = (z'_1, \dots, z'_n) \\ \iff & \llbracket \text{trans}(P) \rrbracket(1, \varepsilon, 0 : 0 : 0 : z_1 : \dots : z_n) = (0, \varepsilon, 0 : 0 : 0 : z'_1 : \dots : z'_n) \end{aligned}$$

Correctness of the Translation

Correctness of the Translation

Theorem 16.14 (Correctness of translation)

For every $P \in \text{Pgm}$, $n \in \mathbb{N}$, and $(z_1, \dots, z_n), (z'_1, \dots, z'_n) \in \mathbb{Z}^n$:

$$\begin{aligned} & \llbracket P \rrbracket(z_1, \dots, z_n) = (z'_1, \dots, z'_n) \\ \iff & \llbracket \text{trans}(P) \rrbracket(1, \varepsilon, 0 : 0 : 0 : z_1 : \dots : z_n) = (0, \varepsilon, 0 : 0 : 0 : z'_1 : \dots : z'_n) \end{aligned}$$

Proof.

see M. Mohnen: *A Compiler Correctness Proof for the Static Link Technique by means of Evolving Algebras*, Fundamenta Informaticae 29(3), 1997, pp. 257–303 \square